Федеральное агентство морского и речного транспорта
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
**«Государственный университет морского и речного флота
имени адмирала С.О. Макарова»**

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по образовательной деятельности
__________ С.С. Соколов
«29» 10 20 21

ПРОГРАММА
ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ
«Математика»

для поступающих на обучение по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата и программам специалитета

Санкт-Петербург
2022

Программа вступительного испытания по математике разработана с учетом федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования и федерального государственного стандарта основного общего образования и утверждена на заседании кафедры высшей математики (протокол № 6 от 11.05.2021).

Сложность программы соответствует уровню сложности ЕГЭ по математике (профильный уровень) с учетом времени выполнения задания.

I. Методические указания к программе вступительного экзамена.

Цель программы вступительного испытания по математике заключается в регламентации порядка проведения вступительных экзаменов.

Целью вступительного испытания является проверка готовности абитуриентов освоить основную профессиональную образовательную программу.

На вступительных испытаниях по математике поступающий должен показать уверенное владение математическими знаниями и навыками, предусмотренными программой и умение применять их при решении задач.

Поступающий должен **знать** перечень теоретических вопросов по арифметике и алгебре, основные геометрические теоремы, понятия и факты.

Абитуриент должен **уметь и владеть**:

- Производить арифметические действия над числами, заданными в виде десятичных и обыкновенных дробей; с требуемой точностью округлять данные числа и результаты вычислений.
- Проводить тождественные преобразования многочленов, дробей, содержащих переменные, выражений, содержащих степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции.
- Строить графики линейной, квадратичной, степенной, показательной, логарифмической и тригонометрических функций.

- Решать уравнения и неравенства первой и второй степени, а также уравнения и неравенства, приводящиеся к ним; решать системы уравнений и неравенств первой и второй степени и приводящиеся к ним.
- Владеть методами решения дробно-рациональных уравнений и неравенств.
- Решать уравнения и неравенства, содержащие степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции.
- Решать задачи на составление уравнений и систем уравнений.
- Изображать геометрические фигуры на чертеже и производить простейшие построения на плоскости.
- Использовать геометрические представления при решении алгебраических задач,
- Уметь применять методы алгебры и тригонометрии при решении геометрических задач.
- Решать простейшие задачи по теории вероятностей.

II Содержание, структура и форма проведения вступительного испытания

Вступительное испытание по математике проводится для абитуриентов в форме тестирования очно или на дистанционной технологической платформе университета (система дистанционного сдачи вступительных испытаний). На выполнение работы отводится 45 минут (один академический час).

Тест состоит из двух частей, содержащих 10 заданий, проверяющих знания в соответствии с программой Единого государственного экзамена по математике.

Часть 1 состоит из восьми заданий. Эта часть экзаменационной работы относится к типу заданий открытой формы, ответом на которые является целое число или конечная десятичной дроби.

Часть 2 содержит два задания, предусматривающие полное решение задачи и получение ответа.

- Ответ на задания **части 1** записываются в поля ответов. За каждый правильный ответ присваивается 8 баллов.
- Решение заданий **части 2** должно быть полностью записано на выданном бланке с указанием окончательного ответа.
- **Количество баллов, выставляемых за выполнение заданий 9 и 10, зависит от полноты решения и правильности ответа. Решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов — 18 баллов. Если в решении допущена арифметическая ошибка, не влияющая на ход решения, то выставляется — 12 баллов. Если правильно выполнены промежуточные действия, учтены все возможные случаи, но решение не доведено до ответа, то задача оценивается в — 6 баллов. Правильный ответ при отсутствии обоснованного решения оценивается в — 0 баллов.**
- **Баллы, полученные за выполненные задания, суммируются.**

Содержание вступительного испытания.

I. АРИФМЕТИКА И АЛГЕБРА

1. Простые и составные числа. Признаки делимости. Наибольший общий делитель. Наименьшее общее кратное.
2. Обыкновенные и десятичные дроби. Действия с дробями. Пропорции. Свойства пропорций. Проценты. Правило округления чисел.
3. Множество действительных чисел. Изображение чисел на числовой оси. Модуль действительного числа. Свойства модуля.

4. Степень с натуральным показателем. Арифметический корень и его свойства.
5. Степень с рациональным показателем. Свойства степени. Действия со степенями.
6. Определение логарифма. Логарифм произведения, степени, частного.
7. Тождественные преобразования алгебраических выражений. Область допустимых значений выражения.
8. Формулы сокращенного умножения.
9. Формула корней квадратного уравнения.
10. Прямая и обратная теоремы Виета.
11. Разложение квадратного трехчлена на линейные множители.
12. Уравнение. Область допустимых значений уравнения. Корни уравнения.
13. Неравенства с переменной. Область допустимых значений неравенства. Методы решения неравенства.
14. Понятие функции. Область определения, множество значений функции. Возрастание и убывание функции. Четность. Нечетность. Периодичность. График функции.
15. Элементарные функции. Степенная функция $y = x^n$: линейная $y = ax + b$, квадратичная $y = ax^2 + bx + c$, обратная пропорциональная зависимость $y = k/x$.
16. Определение и основные свойства функций: показательной $y = a^x$; логарифмической $y = \log_a x$.
17. Арифметическая и геометрическая прогрессии. Формула n-го члена и суммы первых n членов арифметической прогрессии. Формула n-го члена и суммы первых n членов геометрической прогрессии.
18. Градусная и радианная меры угла. Синус, косинус, тангенс и котангенс угла. Арксинус, арккосинус, арктангенс числа.
19. Вычисление значений тригонометрических функций. Тригонометрические функции $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$, их свойства и графики. Арксинус, арккосинус, арктангенс и арккотангенс числа, их свойства и графики.

20. Зависимости между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента.
21. Синус, косинус и тангенс суммы и разности двух аргументов.
22. Формулы приведения.
23. Тригонометрические функции двойного аргумента.
24. Формулы понижения степени.
25. Решение тригонометрических уравнений $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$, $\operatorname{ctg} x = a$.

II. ГЕОМЕТРИЯ

1. Окружность и круг. Центр, хорда, диаметр, радиус. Касательная к окружности. Дуга окружности. Сектор. Длина окружности и длина дуги окружности. Площадь круга и площадь сектора.
2. Многоугольник, его вершины, стороны, диагонали.
3. Треугольник, его медиана, биссектриса, высота. Виды треугольников. Формулы вычисления площади треугольника.
4. Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника. Теорема Пифагора. Значения синуса, косинуса, тангенса и котангенса для углов 30°, 45° и 60°.
5. Четырехугольники: параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция.
6. Формулы площади: прямоугольника, ромба, квадрата.
7. Фигуры вращения: цилиндр, конус, сфера, шар. Центр, диаметр, радиус сферы и шара.
8. Формула объема параллелепипеда, призмы, пирамиды,.
9. Формулы объема цилиндра, конуса, шара.

III. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Случайное событие. Зависимые и независимые события, совместные и несовместные события. Классическое определение вероятности случайного события. Условная вероятности. Вычисление вероятности событий по формулам сложения и умножения вероятностей.

Общие рекомендации для подготовки к вступительным испытаниям

При индивидуальной подготовке к вступительным испытаниям нужно использовать задачи из Открытого банка заданий ЕГЭ по математике профильного уровня, размещенного на официальном сайте ФГБНУ «ФИПИ». Задания по математике следует решать из следующих разделов: алгебра, уравнения и неравенства, функции, начала математического анализа, геометрия. При индивидуальной подготовке полезно изучить материалы, опубликованные на сайте ФГБНУ «ФИПИ» www.fipi.ru в разделе «ЕГЭ». Полезно использовать дистанционные сервисы и учебные пособия.

- На портале Московской электронной школы в разделе «Мои достижения» есть библиотека вариантов для самопроверки, уроки повторения материала.
- На портале Российской электронной школы в разделе «Мои достижения» есть библиотека вариантов для самопроверки.
- Пособия с типовыми вариантами для подготовки к ЕГЭ профильного уровня (прошедшие научно-методическую оценку в ФГБНУ «ФИПИ»).

Основная литература

ЕГЭ 2022. Математика. Профильный уровень: 30 вариантов. Типовые варианты экзаменационных заданий от разработчиков ЕГЭ / под ред. И.В. Ященко. – М.: Издательство «АСТ», 2022. — 224, [1] с. (Серия «ЕГЭ-2022. Большой сборник тренировочных вариантов».)

Федеральное агентство морского и речного транспорта
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Государственный университет морского и речного флота имени адмирала С.О. Макарова»

ДЕМОНСТРАЦИОННАЯ ВЕРСИЯ ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ
«Математика»
(Приложение к программе вступительных испытаний)

Санкт-Петербург
2022

В демонстрационном варианте представлены конкретные примеры заданий, не исчерпывающие всего многообразия возможных формулировок заданий на каждой позиции варианта работы вступительных испытаний по математике.

Назначение демонстрационного варианта заключается в том, чтобы дать возможность абитуриенту составить представление о структуре работы вступительного испытания, количестве заданий, об их форме и уровне сложности. Приведенные критерии оценки выполнения заданий с развернутым ответом, включенные в этот вариант, дают представление о требованиях к полноте и правильности записи развернутого ответа.

Демонстрационный вариант вступительного испытания.

Ответом к заданиям **части 1** является целое число или конечная десятичная дробь. Число необходимо записать в поле для ответа.

МАТЕМАТИКА	**Вариант № 0**

Часть 1

1. Найдите значение выражения $\left(7{,}5+2\frac{1}{3}\right)\cdot 3$

Ответ: ______________

ИЛИ

1. Найдите значение выражения $\left(6{,}25^2-3{,}75^2\right):\frac{50}{59}$

Ответ: ______________

2. На олимпиаде по математике участников рассаживают по трем аудиториям. В первых двух аудиториях по 140 человек, оставшихся проводят в запасную аудиторию в другом корпусе. При подсчёте выяснилось, что всего было 350 участников. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал экзамен в запасной аудитории.

Ответ: ______________

3. Решите уравнение $\frac{x+7}{3x+10}=\frac{x+7}{2x-11}$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

Ответ: _______________

ИЛИ

3. Решите уравнение $\log_{16} 2^{-3x-5}=4$.

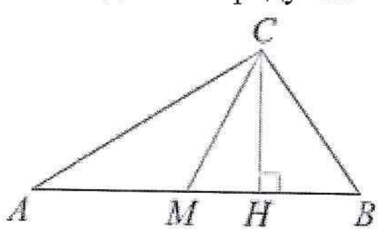
Ответ: _______________

4. В треугольнике ABC угол C равен 90°, AC=4,8, $\sin A=\frac{7}{25}$. Найдите AB.

Ответ: _______________

ИЛИ

4. Острые углы прямоугольного треугольника равны 42,5° и 47,5°. Найдите угол между высотой и медианой, проведенными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.



Ответ: _______________

5. Найдите значение выражения $\frac{60}{6^{\log_6 5}}$.

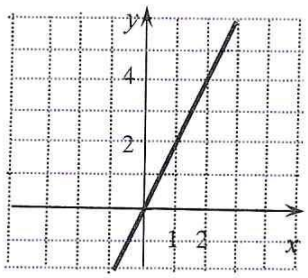
Ответ: _______________

ИЛИ

5. Найдите значение выражения $8\sqrt{3}\cos^2\frac{13\pi}{12}-8\sqrt{3}\sin^2\frac{13\pi}{12}$

Ответ: _______________

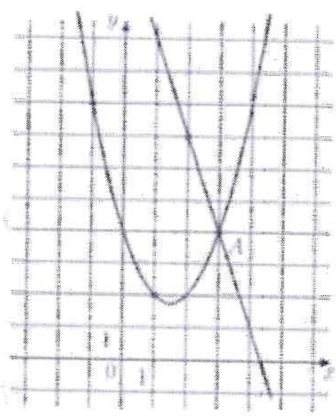
6. На рисунке изображен график функции $f(x)=kx+b$. Найдите $f(11)$.



Ответ: ______________

ИЛИ

6. На рисунке изображены графики функций $f(x)=x^2-3x+4$ и $g(x)=kx+13$, которые пересекаются в точках A и B. Найдите ординату точки B.



Ответ: ______________

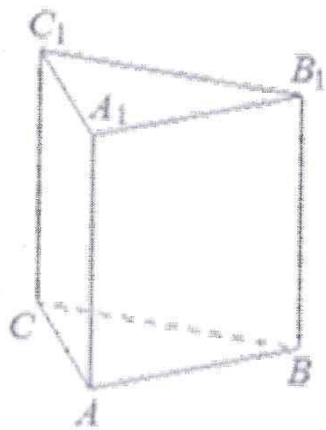
7. Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковой сигнал частотой 749 МГц. Приёмник регистрирует частоту сигнала, отраженного от дна океана. Скорость погружения батискафа (в м/с) и частоты связаны соотношением

$$v=c\cdot\frac{f-f_0}{f+f_0},$$

где c=1500 м/с — скорость звука в воде, f_0 — частота испускаемого сигнала (в МГц), f — частота отраженного сигнала (в МГц). Найдите частоту отраженного сигнала (в МГц), если батискаф погружается со скоростью 2 м/с.

Ответ: ______________

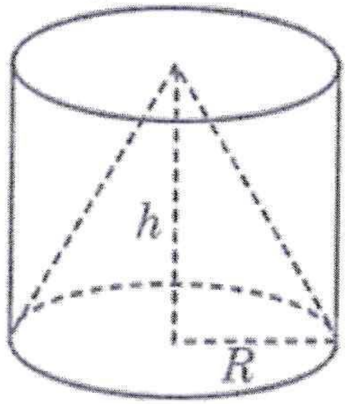
8. Дана правильная треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$, площадь основания которой равна 9, а боковое ребро равно 6. Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки $CA_1B_1C_1$.



Ответ: ______________

ИЛИ

8. Конус и цилиндр имеют общее основание и высоту (конус вписан в цилиндр). Вычислите объём цилиндра, если объём конуса равен 6.



Ответ: ______________

--**Часть-2**--

9. а) Решите уравнение: $\dfrac{2\cos x-\sqrt{3}}{\sqrt{7\sin x}}=0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi;\dfrac{5\pi}{2}\right]$.

Ответ:	а) $\dfrac{\pi}{6}+2\pi k,\ k\in Z$; б) $\dfrac{13\pi}{6}$.

10. Решите неравенство: $\log_{(x+4)^2}\left(3x^2-x-1\right)\le 0$.

Ответ:	$(-5;-4)\cup(-4;-3)\cup\left[-\dfrac{2}{3};\dfrac{1-\sqrt{13}}{6}\right)\cup\left(\dfrac{1+\sqrt{13}}{6};1\right]$.

Система оценивания работы вступительных испытаний по математике

Каждое из заданий **части 1** считается выполненными верно, если абитуриент дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Верный ответ на каждое задание оценивается 1 баллом.

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8
Правильный ответ	29,5	0,2	-7	5	12	22	751	18

Решения и критерии оценивания выполнения заданий с развернутым ответом

Количество баллов, выставленных за выполнение задания **части 2**, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развернутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным; все возможные случаи должны быть рассмотрены. Методы решения, формы его записи и формы ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии математически корректного обоснованного решения оценивается **0 баллов**.

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

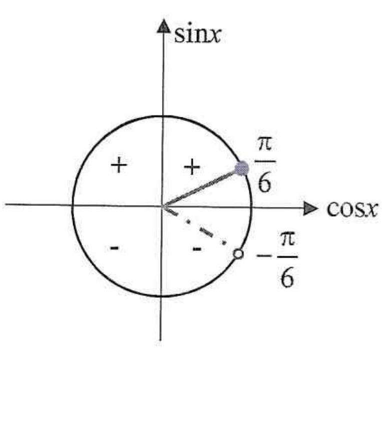
При выполнении задания могут быть использованы без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в Федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.

9. а) Решите уравнение: $\dfrac{2\cos x-\sqrt{3}}{\sqrt{7\sin x}}=0$. Ответ: $x=\dfrac{\pi}{6}+2\pi k,\ k\in\mathbf{Z}$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi;\dfrac{5\pi}{2}\right]$.

Решение.

а) $\dfrac{2\cos x-\sqrt{3}}{\sqrt{7\sin x}}=0 \quad\Leftrightarrow\quad \begin{cases}\sin x>0,\\ \cos x=\dfrac{\sqrt{3}}{2};\end{cases} \quad\Leftrightarrow\quad \begin{cases}\sin x>0,\\ x=\pm\dfrac{\pi}{6}+2\pi k.\end{cases} \quad\Rightarrow$



$$x=\frac{\pi}{6}+2\pi k,\ k\in\mathbf{Z}.$$

б) Отберем корни, принадлежащие отрезку $\left[\pi;\dfrac{5\pi}{2}\right]$.

Поскольку $x \geq \pi$ на заданном отрезке $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$, то k=0, 1, 2, 3,…

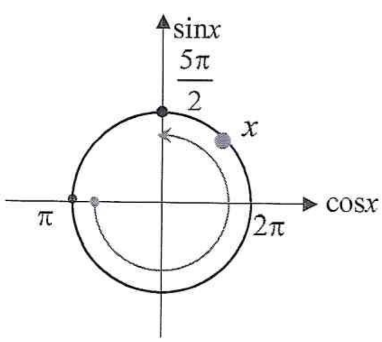
При k=0: $x = \frac{\pi}{6} \notin \left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$;

при k=1: $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi = \frac{13\pi}{6} \in \left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$;

при k=2: $x = \frac{\pi}{6} + 4\pi \notin \left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$ и все следующие значения k дают значения x большие, чем $\frac{5\pi}{2}$. Ответ на второй вопрос задания $x = \frac{13\pi}{6}$.

Замечание. Отобрать корни можно с помощью тригонометрического круга.

б) С помощью тригонометрического круга отберем корни, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$:



$$x = 2\pi + \frac{\pi}{6} = \frac{13\pi}{6}$$

Ответ:	а) $\frac{\pi}{6} + 2\pi k,\ k \in Z$; б) $\frac{13\pi}{6}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обеих пунктах	18
Обоснованно получен верный ответ в пункте **а**, ИЛИ получены неверные ответы из-за арифметической ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта **а** и пункта **б**.	12
В пункте **а** правильно выполнены промежуточные действия, учтены все возможные случаи, но решение не доведено до ответа	6
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	18

10. Решите неравенство: $\log_{(x+4)^2}\left(3x^2-x-1\right)\le 0$.

Решение.

$\log_{(x+4)^2}\left(3x^2-x-1\right)\le 0$

1) Рассмотрим два случая:

I

$$\begin{cases}\left(x+4\right)^2>1\\ 3x^2-x-1>0\\ 3x^2-x-1\le 1\end{cases}$$

II

$$\begin{cases}0<\left(x+4\right)^2<1\\ 3x^2-x-1\ge 1\end{cases}$$

2) Разложим квадратные трехчлены на множители:

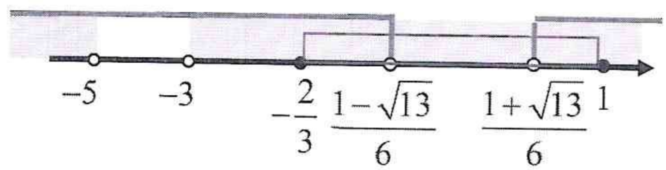
$$3x^2-x-1=3(x-\frac{1-\sqrt{13}}{6})(x-\frac{1+\sqrt{13}}{6})$$

$$x=\frac{1\pm\sqrt{1+4\cdot 3}}{2\cdot 3}=\frac{1\pm\sqrt{13}}{6}$$

$$3x^2-x-2=3(x-1)(x+\frac{2}{3}).$$

3) Решение системы I

$$\begin{cases}(x+3)(x+5)>0\\ 3\left(x-\dfrac{1-\sqrt{13}}{6}\right)\left(x-\dfrac{1+\sqrt{13}}{6}\right)>0\\ (x-1)\left(x+\dfrac{2}{3}\right)\le 0\end{cases}$$



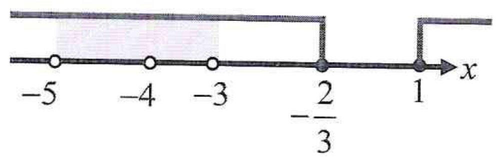
$$\left[-\frac{2}{3};\frac{1-\sqrt{13}}{6}\right)\cup\left(\frac{1+\sqrt{13}}{6};1\right]$$

$\dfrac{1+\sqrt{13}}{6}<1$, так как $\sqrt{13}<\sqrt{25}$.

$\dfrac{1-\sqrt{13}}{6}>-\dfrac{2}{3}$, так как $-\sqrt{13}>-\sqrt{25}$.

4) Решение системы II

$$\begin{cases}(x+3)(x+5)<0\\ x\ne -4\\ (x-1)\left(x+\dfrac{2}{3}\right)\ge 0\end{cases}$$



$$(-5;-4)\cup(-4;-3)$$

5) $\left[\begin{array}{l}\left[-\dfrac{2}{3};\dfrac{1-\sqrt{13}}{6}\right)\cup\left(\dfrac{1+\sqrt{13}}{6};1\right],\\ (-5;-4)\cup(-4;-3)\end{array}\right.$

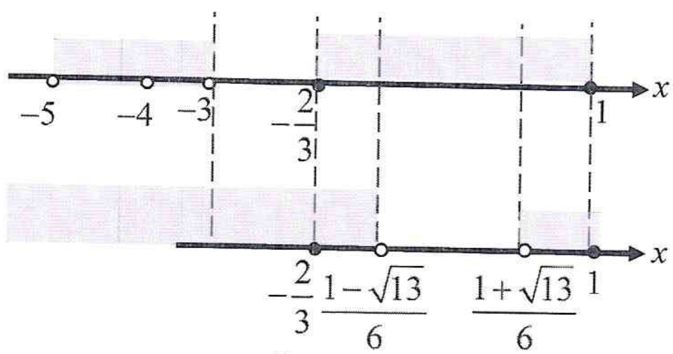
Ответ: $(-5;-4)\cup(-4;-3)\cup\left[-\dfrac{2}{3};\dfrac{1-\sqrt{13}}{6}\right)\cup\left(\dfrac{1+\sqrt{13}}{6};1\right]$

Замечание. Для решения неравенства может быть выбран другой метод решения.

Решение.

Перепишем неравенство в виде $\log_{(x+4)^2}\left(3x^2-x-1\right)\le\log_{(x+4)^2}1$, которое равносильно системе

$$\begin{cases}\left((x+4)^2-1\right)\left(3x^2-x-1-1\right)\le 0,\\ (x+4)^2>0,\\ (x+4)^2\ne 1,\\ 3x^2-x-1>0.\end{cases};\quad \begin{cases}3(x+3)(x+5)(x-1)\left(x+\dfrac{2}{3}\right)\le 0,\\ x\ne -4,\\ x\ne -3, x\ne -5\\ 3\left(x-\dfrac{1-\sqrt{13}}{6}\right)\left(x-\dfrac{1+\sqrt{13}}{6}\right)>0.\end{cases}$$



Ответ: $(-5;-4)\cup(-4;-3)\cup\left[-\dfrac{2}{3};\dfrac{1-\sqrt{13}}{6}\right)\cup\left(\dfrac{1+\sqrt{13}}{6};1\right]$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	18
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точек $-\dfrac{2}{3}$ и/или 1 ИЛИ получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	12
Правильно выполнены последовательность всех шагов решения, учтены все возможные случаи, но решение не доведено до ответа	6
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	18