



Федеральное агентство морского и речного транспорта  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Государственный университет морского и речного флота  
имени адмирала С.О. Макарова»

---


УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по образовательной деятельности  
С.С. Соколов  
«25» Ю 2021

**ПРОГРАММА**  
**ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ**  
на базе среднего профессионального образования

**«Элементы высшей математики»**

для поступающих на обучение по образовательным программам  
высшего образования – программам бакалавриата и программам  
специалитета

Санкт-Петербург  
2021

	<b>ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С.О. Макарова»</b>	Стр. 2 из 7
	Программа вступительного испытания «Математика»	

Программа вступительного испытания по элементам высшей математики разработана с учетом федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования и федерального государственного стандарта среднего профессионального образования. Программа утверждена на заседании кафедры высшей математики.

Сложность программы соответствует уровню сложности рабочей программы по математике, которая осваивается в организациях среднего профессионального образования, где математика является профильной общеобразовательной учебной дисциплиной.

#### **I. Методические указания к программе вступительного испытания.**

Цель программы вступительного испытания по элементам высшей математики заключается в регламентации порядка проведения вступительного испытания.


Целью вступительного испытания является проверка готовности абитуриентов освоить основную профессиональную образовательную программу по специальности.

На вступительных испытаниях по элементам высшей математики поступающий должен показать уверенное владение математическими знаниями, навыками и умениями, необходимыми для освоения естественно-научных дисциплин и дисциплин профессионального цикла, предусмотренными программой.

Поступающий должен **знать**

- основы математического анализа, линейной и векторной алгебры, аналитической геометрии, теории рядов;
- основы дифференциального и интегрального исчисления;
- понятие комплексного числа;
- основы теории вероятности и математической статистики;
- приложения векторной алгебры, определенного и двойного интеграла.

Абитуриент должен **уметь**:

	<b>ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С.О. Макарова»</b>	Стр. 2 из 7
	Программа вступительного испытания «Математика»	

Программа вступительного испытания по элементам высшей математики разработана с учетом федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования и федерального государственного стандарта среднего профессионального образования. Программа утверждена на заседании кафедры высшей математики (протокол № 3 от 09.12.2021).

Сложность программы соответствует уровню сложности рабочей программы по математике, которая осваивается в организациях среднего профессионального образования, где математика является профильной общеобразовательной учебной дисциплиной.

#### **I. Методические указания к программе вступительного испытания.**

Цель программы вступительного испытания по элементам высшей математики заключается в регламентации порядка проведения вступительного испытания.


Целью вступительного испытания является проверка готовности абитуриентов освоить основную профессиональную образовательную программу по специальности.

На вступительных испытаниях по элементам высшей математики поступающий должен показать уверенное владение математическими знаниями, навыками и умениями, необходимыми для освоения естественно-научных дисциплин и дисциплин профессионального цикла, предусмотренными программой.

Поступающий должен **знать**

- основы математического анализа, линейной и векторной алгебры, аналитической геометрии, теории рядов;
- основы дифференциального и интегрального исчисления;
- понятие комплексного числа;
- основы теории вероятности и математической статистики;
- приложения векторной алгебры, определенного и двойного интеграла.

Абитуриент должен **уметь**:

	<b>ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С.О. Макарова»</b>	Стр. 3 из 7
	Программа вступительного испытания «Математика»	

- выполнять операции над матрицами, решать матричные уравнения и системы линейных уравнений;
- раскрывать неопределенности при вычислении пределов, вычислять производные и интегрировать функции;
- выполнять действия над комплексными числами; решать квадратные уравнения в случае отрицательного дискриминанта;
- применять теоремы теории вероятности для решения задач.

Абитуриент должен **владеть**:

- аппаратом дифференциального и интегрального исчисления;
- методами исследования функций, числовых и функциональных рядов;
- классификацией поверхностей, линий на плоскости;
- базовыми понятиями векторной алгебры и комплексного числа;
- основными понятиями комбинаторики, теории вероятности и математической статистики.

## **II. Содержание, структура и форма проведения вступительного испытания**

Вступительное испытание по элементам высшей математики проводится для абитуриентов в форме тестирования очно или на дистанционной технологической платформе университета (система дистанционного сдачи вступительных испытаний). На выполнение работы отводится 45 минут (один академический час).

Тест состоит из двух частей, содержащих 10 заданий, проверяющих знания в соответствии с программой.

**Часть I** состоит из восьми заданий. Эта часть экзаменационной работы относится к типу заданий открытой формы, ответом на которые является целое число или конечная десятичная дробь.

**Часть II** содержит два задания, предусматривающие полное решение задания и получение ответа.




- Ответ на задания **части I** записываются в поля ответов. За каждый правильный ответ присваивается 8 баллов.
- Решение заданий **части II** должно быть полностью записано на выданном бланке с указанием окончательного ответа (очная форма вступительного испытания),  
на белом листе бумаги с указанием окончательного ответа, переведено в электронную форму и загружено на платформу системы дистанционной сдачи вступительных испытаний.
- **Количество баллов, выставляемых за выполнение заданий 9 и 10, зависит от полноты решения и правильности ответа. Решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов — 18 баллов. Если в решении допущена арифметическая ошибка, не влияющая на ход решения, то выставляется 12 баллов. Если правильно выполнены промежуточные действия, учтены все возможные случаи, но решение не доведено до ответа, то задача оценивается в 6 баллов. Правильный ответ при отсутствии поясняющего решения оценивается в 0 баллов.**

## Содержание вступительного испытания

### Разделы вступительного испытания

#### 1. Комплексные числа

Понятие комплексного числа. Изображение комплексного числа на комплексной плоскости. Алгебраическая, тригонометрическая и показательная формы комплексного числа. Модуль и аргумент комплексного числа. Комплексно-сопряженные числа. Операции сложения, вычитания, умножения, деления, возведение в степень, извлечение корня. Решение

	<b>ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С.О. Макарова»</b>	Стр. 5 из 7
	Программа вступительного испытания «Математика»	

квадратных уравнений с действительными коэффициентами в случае отрицательного дискриминанта.

## **2. Начала математического анализа**

Понятие функциональной зависимости. Определение функции одной переменной. Область определения и множество значений функции, формы задания функции. Понятие последовательности. Понятие предела переменной величины. Предел функции в точке, предел последовательности. Правила вычисления предела, раскрытия неопределенностей. Первый и второй замечательные пределы. Бесконечно большие и бесконечно малые величины, связь между ними.

## **3. Дифференциальное исчисление функции одной переменной**

Определение производной и дифференциала функции. Правила вычисления производной функции: вынесение константы, алгебраической суммы, произведения, частного, сложной функции. Таблица производных основных элементарных функций. Геометрический и физический смысл первой производной. Геометрический смысл дифференциала. Уравнение касательной, проведенной к графику функции. Физический смысл второй производной.

## **4. Исследование функции одной переменной**

Область определения функции. Непрерывность функции в точке и точки разрыва. Монотонность функции. Необходимое и достаточное условие возрастания-убывания функции. Точки экстремума. Необходимое условие существования экстремума, достаточное условие существования экстремума по первой производной. Вогнутость вверх, вогнутость вниз графика функции. Необходимое и достаточное условия вогнутости функции. Точка перегиба, условия существования точки перегиба. Асимптоты функции и их уравнения. Наибольшее и наименьшее значения функции на интервале.

## **5. Интегральное исчисление функции одной переменной**

Первообразная и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Таблица основных интегралов. Методы интегрирования: подстановка (замена), внесение функции под знак дифференциала,



интегрирование «по частям». Вычисление определенного интеграла. Геометрический смысл определенного интеграла. Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования.

### **6. Дифференциальное и интегральное исчисление функции двух переменных**

Частные производные функции двух переменных, правила их вычисления. Частные производные второго порядка. Правила вычисления повторных интегралов. Двойной интеграл и правила его вычисления. Геометрический смысл двойного интеграла.

### **7. Обыкновенные дифференциальные уравнения**

Общее и частное решения дифференциальных уравнений I порядка. Решения дифференциальных уравнений с разделяющимися переменными.

### **8. Числовые и степенные ряды**


Числовой и функциональный ряды. Необходимый признак сходимости числового ряда. Достаточные признаки сходимости числового ряда с положительными членами: признак Даламбера и радикальный Коши. Степенной ряд. Радиус сходимости и интервал сходимости степенного ряда.

### **9. Матрицы и определители**

Размерность матриц, элементы матрицы. Операции над матрицами: алгебраическая сумма, умножение на скаляр, умножение матриц, транспонирование. Обратная матрица, единичная, нулевая. Правила вычисления определителей I и II порядков. Решение системы трех и двух линейных уравнений по формулам Крамера.

### **10. Векторная алгебра**

Вектор и его координаты. Модуль вектора. Операции сложения и вычитания двух векторов, умножение на число в координатной и геометрической формах. Скалярное произведение векторов. Скалярное произведение в координатной форме. Условие перпендикулярности (ортогональности) двух векторов. Коллинеарные векторы, условия коллинеарности. Угол между векторами. Векторное произведение. Векторное

	<b>ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С.О. Макарова»</b>	Стр. 7 из 7
	Программа вступительного испытания «Математика»	

произведение в координатной форме. Геометрический смысл векторного произведения.

### 11. Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве

Уравнения прямой на плоскости: с угловым коэффициентом, общее, через данную точку и данный угловой коэффициент, через две данные точки, «в отрезках». Условие параллельности и перпендикулярности двух прямых. Уравнения кривых второго порядка: эллипса, гиперболы, параболы. Уравнения окружности с центром в начале координат и точке  $(x_0; y_0)$ . Параметры кривых второго порядка, эксцентриситет.

Уравнения плоскости: общее, через данную точку и вектор нормали, «в отрезках», через три данные точки. Условие параллельности и перпендикулярности плоскостей, угол между плоскостями. Общие, параметрические и канонические уравнения прямой. Уравнения прямой, проходящей через данную точку и направляющий вектор, через две данные точки. Взаимное расположение прямой и плоскости. Уравнения поверхностей II порядка.


### 12. Основы теории вероятности и математической статистики

Элементы комбинаторики: перестановки, размещения, сочетания. Случайное событие. Зависимые и независимые события, совместные и несовместные события. Классическое, геометрическое и статистическое определения вероятности случайного события. Условная вероятности. Вычисление вероятности событий по формулам сложения и умножения вероятностей, по формуле полной вероятности, формуле Байеса, формуле Бернулли.

Таблица «Распределение заданий по разделам»

Часть работы	№ задания	Раздел вступительного испытания
I часть	1	Комплексные числа
	2	Векторная алгебра. Аналитическая геометрия в пространстве.
	3	Аналитическая геометрия на плоскости.




	<b>ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С.О. Макарова»</b>	Стр. 8 из 7
	Программа вступительного испытания «Математика»	

	4	Дифференцирование и интегрирование функции двух переменных
	5	Числовые и степенные ряды
	6	Матрицы и определители
	7	Исследование функции одной переменной
	8	Основы теории вероятности и математической статистики
II часть	9	Обыкновенные дифференциальные уравнения
	10	Начала математического анализа

**Рекомендательный библиографический список**  
**Основная литература**

1. Абдуллина К.Р. Математика: учебник для СПО / Абдуллина К.Р., Мухаметдинова Р.Г. — Саратов : Профобразование, 2021. — 288 с.
2. Башмаков М.И. Математика. Задачник: учеб.пособие для образоват.учреждений нач. и сред.проф.образования. – М.: издательский центр «Академия», 2017
3. Башмаков М.И. Математика: учебник для образоват.учреждений нач. и сред.проф.образования. – М.: издательский центр «Академия», 2017
3. Богомолов Н.В. Практические занятия по математике. Учеб. пособие для средних спец. учеб. заведений. — 6-е изд., стер —М.: Высш. шк. , 2015.
4. Баврин И.И., Матросов В.Л. Высшая математика: Учеб. для студ. высш. учеб. заведений. — М.: Гуманит. изд. центр ВЛАДОС, 2003. — 400 с.
5. Баврин, И. И. Математика : учебник и практикум для среднего профессионального образования / И. И. Баврин. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 616 с.
6. Башмаков М.И. Математика: учебник для студ. учреждений сред. проф. образования / М.И. Башмаков. – М.: Издательский центр «Академия», 2019. – 256 с.

	<b>ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С.О. Макарова»</b>	Стр. 9 из 7
	Программа вступительного испытания «Математика»	

7. Богомолов, Н. В. Математика : учебник для среднего профессионального образования / Н. В. Богомолов, П. И. Самойленко. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 401 с.

8. Гисин, В. Б. Математика. Практикум : учебное пособие для среднего профессионального образования / В. Б. Гисин, Н. Ш. Кремер. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 202 с.

#### **Дополнительная литература**

1. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевников Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2 частях. М: Мир и образование, 2021. – 816 с.

2. Дорофеева, А. В. Математика : учебник для среднего профессионального образования / А. В. Дорофеева. — 3-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 400 с.

3. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс / Д.Т. Письменный: М.: Айрис-пресс, 2009. – 608 с.

4. ЕГЭ 2022 Математика. Типовые варианты экзаменационных заданий. 50 вариантов. Профильный уровень. под ред. И.В. Яценко. – М. : Издательство «Экзамен», 2022. - 256 с.



**Федеральное агентство морского и речного транспорта**  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**  
**высшего образования**  
**«Государственный университет морского и речного флота**  
**имени адмирала С.О. Макарова»**

---

**ДЕМОНСТРАЦИОННАЯ ВЕРСИЯ**  
**ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ**  
**«Элементы высшей математики»**  
(Приложение к программе вступительных испытаний)

Санкт-Петербург  
2022



В демонстрационном варианте представлены конкретные примеры заданий, не исчерпывающие всего многообразия возможных формулировок заданий на каждой позиции варианта работы вступительного испытания по элементам высшей математики.

Назначение демонстрационного варианта заключается в том, чтобы дать возможность абитуриенту составить представление о структуре работы вступительного испытания, количестве заданий, об их форме и уровне сложности. Приведенные критерии оценки выполнения заданий с развернутым ответом, включенные в этот вариант, дают представление о требованиях к полноте и правильности записи развернутого ответа.

### Демонстрационный вариант вступительного испытания.

Ответом к заданиям части I является целое число или конечная десятичная дробь. Число необходимо записать в поле для ответа.

## МАТЕМАТИКА

## Вариант № 0

### Часть I

1. Найдите значение выражения  $\frac{(1+i)^2}{2-i}$ . Действительная часть полученного комплексного числа равна ...

Ответ: \_\_\_\_\_

### ИЛИ

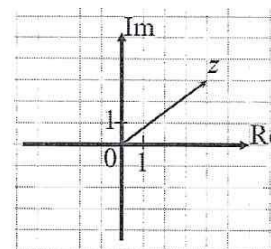
1. Произведение комплексного числа  $1-i$  на комплексно сопряженное к нему равно ...

Ответ: \_\_\_\_\_

### ИЛИ

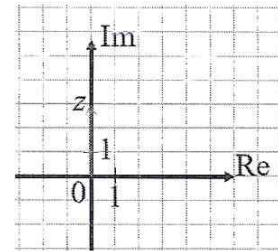
1. На рисунке приведено геометрическое изображение комплексного числа. Модуль комплексного числа равен ...

Ответ: \_\_\_\_\_





1. На рисунке приведено геометрическое изображение комплексного числа. Главное значение аргумента комплексного числа равно ... Ответ дайте в градусах.



Ответ: \_\_\_\_\_

**ИЛИ**

1. Решите уравнение  $x^2 + 3x + 5 = 0$ . В ответ запишите действительную часть корней.

Ответ: \_\_\_\_\_

2. При каком значении  $m$  векторы  $\vec{a} = (m-1)\vec{i} + 2\vec{j} + m\vec{k}$  и  $\vec{b} = 2\vec{i} + (m-1)\vec{j} + m\vec{k}$  коллинеарны?

Ответ: \_\_\_\_\_

**ИЛИ**

2. При каком значении  $n$  векторное произведение векторов  $\vec{a} = 4\vec{i} + m\vec{j} + \vec{k}$  и  $\vec{b} = n\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$  равно нулю?

Ответ: \_\_\_\_\_

**ИЛИ**

2. Найдите угол  $\alpha$  ( $0 \leq \alpha \leq 90^\circ$ ) между векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , если их скалярное произведение равно  $2\sqrt{2}$ ,  $|\vec{a}| = 4$ ,  $|\vec{b}| = 1$ . Ответ дайте в градусах.

Ответ: \_\_\_\_\_

**ИЛИ**

2. При каком значении  $m$  прямая  $\frac{x}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{3}$  будет параллельна плоскости  $2x + my + z - 1 = 0$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_



3. Угловой коэффициент прямой  $2x - y + 1 = 0$  равен ...

Ответ: \_\_\_\_\_

**ИЛИ**

3. Сумма расстояний от точки  $M(x; y)$  эллипса  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{3} = 1$  до его фокусов  
равна ...

Ответ: \_\_\_\_\_

**ИЛИ**

3. Расстояние между фокусами гиперболы  $\frac{x^2}{11} - \frac{y^2}{5} = 1$  равно ...

Ответ: \_\_\_\_\_

**ИЛИ**

3. Радиус окружности, заданной уравнением  $x^2 + (y - 3)^2 = 1$  равен ...

Ответ: \_\_\_\_\_

4. Частная производная функции  $z = x^y$  по переменной  $x$  в точке  $M(2; 3)$   
равна ...

Ответ: \_\_\_\_\_

**ИЛИ**

4. Значение интеграла  $\int_{-2}^2 dx \int_0^x dy$  равно ...

Ответ: \_\_\_\_\_

5. Радиус сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n+1} (x-2)^n$  равен ....

Ответ: \_\_\_\_\_

**ИЛИ**

5. 2-ой член ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n}$  равен ...

Ответ: \_\_\_\_\_

**ИЛИ**

5. Интервал сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n+1} (x-2)^n$  имеет вид  $(a; b)$ .

Сумма  $a + b$  равна ...

Ответ: \_\_\_\_\_

**ИЛИ**

5. Общий член числового ряда задается формулой  $a_n = (-1)^{n-1} (n+1)$ . Сумма первого и третьего его членов равна ...

Ответ: \_\_\_\_\_

6. Даны матрицы  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$  и  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 5 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$ . Элемент  $c_{21}$  матрицы  $C = A \cdot B$

равен ....

Ответ: \_\_\_\_\_

**ИЛИ**

6. Произведение элементов матрицы  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ , расположенных на главной

диагонали равно ...

Ответ: \_\_\_\_\_

**ИЛИ**

6. Определитель  $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \end{vmatrix}$  равен...



Ответ: \_\_\_\_\_

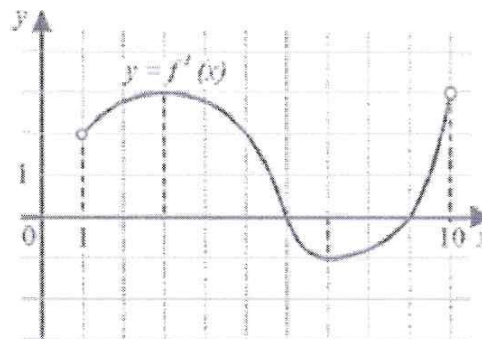
**ИЛИ**6. Главный определитель системы  $\begin{cases} x + 2y = 1; \\ 2x + 3y = 6. \end{cases}$  равен ...

Ответ: \_\_\_\_\_

**ИЛИ**6. Матрицы  $A$  и  $B$  равны, при  $z = \dots$ 

$$A = \begin{pmatrix} z^2 - 2z & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Ответ: \_\_\_\_\_

7. На рисунке изображен график функции  $y = f'(x)$  — производная функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(1; 10)$ . Найдите точку максимума функции  $f(x)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

**ИЛИ**7. Количество точек экстремума для функции  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x$  равно ...

Ответ: \_\_\_\_\_

**ИЛИ**7. Решить неравенство:  $f'(x) - 3 < 0$ , где  $f(x) = \frac{x^3}{3} - x$ . В ответе запишите сумму целых чисел, входящих в решение этого неравенства.

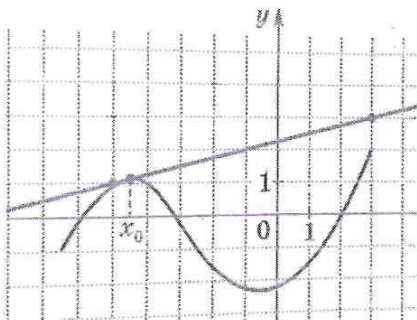




Ответ: \_\_\_\_\_

**ИЛИ**7. Производная второго порядка функции  $y = \ln 7x$  при  $x = -1$  равна ...

Ответ: \_\_\_\_\_

**ИЛИ**7. На рисунке изображен график  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

8. Какова вероятность того, что случайно выбранное натуральное число от 35 до 46 делится на 5?

Ответ: \_\_\_\_\_

**Часть-II**9. а) Найдите частное решение дифференциального уравнения  $y' + 2y \operatorname{tg} x = 0$ , удовлетворяющее начальному условию  $y(0) = 3$ .

б) Сделайте проверку правильности полученного решения.

**Ответ:** а)  $y = 3 \cos^2 x$



10. Вычислить предел последовательности:  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left( \frac{n^2 - 1}{(n-1)^2} \right)^n$ .

Ответ:  $e^2$ .

ИЛИ

10. Вычислить предел функции:  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2-x} - 1}{1-x^2}$ .

Ответ: 0,25.

ИЛИ


10. Вычислить предел последовательности:  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left( \sqrt{n^2 - 2n + 5} - n \right)$ .

Ответ: -1.

### Система оценивания работы вступительных испытаний по элементам высшей математики

Каждое из заданий **части I** считается выполненными верно, если абитуриент дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Верный ответ на каждое задание оценивается 8 баллами.

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8
Правильный ответ	-0,4	3	2	12	0,5	22	6	0,25
	2	8	10	0	2	6	2	
	5	45	8		6	4	0	
	90	-0,5	1		4	-1	1	
	-1,5					1	0.25	

	<b>ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С.О. Макарова»</b>	Стр. 9 из 6
	Демонстрационная версия вступительного испытания «Математика» (Приложение к программе вступительного испытания)	

### Решения и критерии оценивания выполнения заданий с развернутым ответом

Количество баллов, выставленных за выполнение задания **части II**, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развернутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным; все возможные случаи должны быть рассмотрены. Методы решения, формы его записи и формы ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов — 18. Правильный ответ при отсутствии пояснения к решению оценивается 0 баллами.

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания могут быть использованы без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в Федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего и профессионального образования.

9. а) Найдите частное решение дифференциального уравнения  $y' + 2y \operatorname{tg} x = 0$ , удовлетворяющее начальному условию  $y(0) = 3$ .

б) Сделайте проверку правильности полученного решения.

**Решение.**


$$\text{а) 1. } y' + 2y \operatorname{tg} x = 0 \Rightarrow \frac{dy}{y} = -2 \operatorname{tg} x \, dx \quad (y \neq 0)$$

$$\int \frac{dy}{y} = \int -2 \operatorname{tg} x \, dx$$

$$\int \frac{dy}{y} = \ln|y| + C;$$

$$\int -2 \operatorname{tg} x \, dx = 2 \int \frac{-\sin x \, dx}{\cos x} = 2 \int \frac{d \cos x}{\cos x} = 2 \ln|\cos x| + C = \ln \cos^2 x + C.$$

$$\ln|y| = \ln \cos^2 x + \ln C^2$$

	<b>ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С.О. Макарова»</b>	Стр. 10 из 6
	Демонстрационная версия вступительного испытания «Математика» (Приложение к программе вступительного испытания)	

$$\ln|y| = \ln(C^2 \cos^2 x) \Rightarrow y = C^2 \cos^2 x$$

$y = C^2 \cos^2 x$  — общее решение дифференциального уравнения.

2. Найдем произвольную постоянную  $C^2$  по заданным начальным условиям  $y(0) = 3$ :

$$3 = C^2 \cos^2 0 \Rightarrow C^2 = 3$$

$y = 3 \cos^2 x$  — частное решение дифференциального уравнения.

б) Подставим полученное решение в исходное уравнение:

$$\begin{aligned} (3 \cos^2 x)' + 2(3 \cos^2 x) \operatorname{tg} x &= 0 \\ -6 \cos x \sin x + 6 \frac{\cos^2 x \cdot \sin x}{\cancel{\cos x}} &= 0 \\ -6 \cos x \sin x + 6 \cos x \sin x &= 0 \\ 0 &= 0. \end{aligned}$$

**Ответ:** а)  $y = 3 \cos^2 x$ .

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ, подтвержденный проверкой	18
Обоснованно получен верный ответ, не подтвержденный проверкой ИЛИ получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения в пункте а и проверки в пункте б.	12
В пункте а правильно выполнены промежуточные действия, учтены все возможные случаи, но решение не доведено до ответа	6
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	18

10. Вычислить предел последовательности:  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left( \frac{n^2 - 1}{(n-1)^2} \right)^n$ .

**Решение.**



$$\begin{aligned}\lim_{n \rightarrow +\infty} \left( \frac{n^2 - 1}{(n-1)^2} \right)^n &= [1^\infty] = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left( \frac{n+1}{n-1} \right)^n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left( 1 + \frac{2}{n-1} \right)^n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left[ \left( 1 + \frac{2}{n-1} \right)^{\frac{n-1}{2}} \right]^{\frac{2}{n-1} \cdot n} = \\ &= e^{\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n}{n-1}} = e^2.\end{aligned}$$

При вычислении использовали:

- второй замечательный предел  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left( 1 + \frac{1}{n} \right)^n = e$ ;
- правило раскрытия неопределенности  $\left[ \frac{\infty}{\infty} \right]$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2 - 1}{(n-1)^2} = \left[ \frac{\infty}{\infty} \right] = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\cancel{n}^2 \left( 1 - \frac{1}{n^2} \right)}{\cancel{n}^2 \left( 1 - \frac{2}{n} + \frac{1}{n^2} \right)} = 1$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n}{n-1} = \left[ \frac{\infty}{\infty} \right] = 2 \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\cancel{n}^{/1}}{\cancel{n}^{1/} \left( 1 - \frac{1}{n} \right)} = 2$$

**Ответ:**  $e^2$

**ИЛИ**

10. Вычислить предел функции:  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2-x} - 1}{1-x^2}$ .

**Решение.**


$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2-x} - 1}{1-x^2} = \left[ \frac{0}{0} \right] = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cancel{2-x-1}^{/1}}{\cancel{(1-x)}^{/1} (1+x) (\sqrt{2-x} + 1)} = \frac{1}{2 \cdot 2} = \frac{1}{4} = 0,25.$$

**Ответ:** 0,25

**ИЛИ**

10. Вычислить предел последовательности:  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left( \sqrt{n^2 - 2n + 5} - n \right)$ .

**Решение.**

	<b>ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С.О. Макарова»</b>	Стр. 12 из 6
	Демонстрационная версия вступительного испытания «Математика» (Приложение к программе вступительного испытания)	

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow +\infty} \left( \sqrt{n^2 - 2n + 5} - n \right) &= [\infty - \infty] = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\cancel{n^2} - 2n + 5 - \cancel{n^2}}{\sqrt{n^2 - 2n + 5} + n} = \\ &= \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n \left( -2 + \frac{5}{n} \right)}{\cancel{n} \left( \sqrt{1 - \frac{2}{n} + \frac{5}{n^2}} + 1 \right)} = \frac{-2}{2} = -1. \end{aligned}$$

**Ответ:**  $-1$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	18
получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	12
Правильно выполнены последовательность всех шагов решения, но решение не доведено до ответа	6
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	18