



Федеральное агентство морского и речного транспорта
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
**«Государственный университет морского и речного флота
имени адмирала С.О. Макарова»**

УТВЕРЖДАЮ

Директор департамента высшего
образования


 М.Н. Савельева

«31» Апр 2024

**ПРОГРАММА
ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ
«Элементарная математика»**

для поступающих на обучение по образовательным программам
высшего образования — программам бакалавриата и программам специалитета

Санкт-Петербург
2024

	ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С.О. Макарова»	Стр. 2 из 16
	Программа вступительного испытания «Элементарная математика» Направление подготовки бакалавриат, специалитет	

Программа вступительного испытания «Элементарная математика» разработана с учётом федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования и федерального государственного стандарта основного общего образования и утверждена на заседании кафедры высшей математики (протокол № 6 от 13.05.2024).

I. Методические указания к программе вступительного экзамена

Цель программы вступительного испытания по элементарной математике заключается в регламентации порядка проведения вступительного испытания.

Целью вступительного испытания является проверка готовности поступающего освоить основную образовательную программу.


Поступающий на программу бакалавриата/специалитета должен:

знать/понимать:

- теоретические основы арифметики;
- теоретические основы элементарной алгебры;
- теоретические основы элементарной геометрии;
- основные понятия и факты начала математического анализа;
- основные понятия и факты теории вероятностей;

уметь:

- производить арифметические действия над числами, заданными в виде десятичных и обыкновенных дробей; с требуемой точностью округлять данные числа и результаты вычислений;
- проводить тождественные преобразования алгебраических выражений и выражений, содержащих степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции;
- строить графики линейной, квадратичной, степенной, показательной, логарифмической и тригонометрических функций; находить точки пересечения графиков функций аналитически и графически;
- исследовать поведение функции с помощью производной;
- решать уравнения и неравенства первой и второй степени, а также уравнения и неравенства, приводящиеся к ним;
- решать системы уравнений и неравенств первой и второй степени;
- решать уравнения, содержащие степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции;
- решать неравенства, содержащие степенные, показательные и логарифмические функции;


	ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С.О. Макарова»	Стр. 3 из 16
	Программа вступительного испытания «Элементарная математика» Направление подготовки бакалавриат, специалитет	

- изображать геометрические фигуры и производить простейшие построения на плоскости;
 - определять координаты вектора и его модуль;
 - находить вектор суммы и вектор разности, произведение вектора на число;
 - вычислять скалярное произведение векторов, угол между векторами
 - вычислять площади и объемы геометрических объектов;
 - решать простейшие задачи по теории вероятностей;
- владеть:**
- методами решения дробно-рациональных, иррациональных, тригонометрических уравнений;
 - технологией решения дробно-рациональных и иррациональных неравенств;
 - приемами вычисления без калькулятора;
 - техникой дифференцирования.

II. Содержание программы вступительного испытания

Тема 1. Арифметика и алгебра

1. Простые и составные числа. Признаки делимости. Наибольший общий делитель. Наименьшее общее кратное.
2. Обыкновенные и десятичные дроби. Действия с дробями. Пропорции. Свойства пропорций. Проценты. Правило округления чисел.
3. Множество действительных чисел. Изображение чисел на числовой оси. Модуль действительного числа. Свойства модуля.
4. Степень с натуральным показателем. Арифметический корень и его свойства. Корни n -ой степени. Степень с рациональным показателем. Свойства степени. Действия со степенями.
5. Определение логарифма. Логарифм произведения, степени, частного. Формулы перехода к новому основанию. Основное логарифмическое тождество.
6. Тождественные преобразования алгебраических выражений. Область допустимых значений выражения.
7. Формулы сокращенного умножения.
8. Формула корней квадратного уравнения. Прямая и обратная теоремы Виета.
9. Разложение квадратного трехчлена на линейные множители.
10. Уравнение. Область допустимых значений уравнения. Корни уравнения.
11. Неравенства с переменной. Область допустимых значений неравенства. Методы решения неравенства.

	ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С.О. Макарова»	Стр. 4 из 16
	Программа вступительного испытания «Элементарная математика» Направление подготовки бакалавриат, специалитет	

12. Понятие функции. Область определения, множество значений функции. Возрастание и убывание функции. Четность. Нечетность. Периодичность. График функции.

13. Элементарные функции: определение, свойства, графики основных элементарных функций. Степенная функция $y = x^n$: линейная $y = ax + b$, квадратичная $y = ax^2 + bx + c$, обратная пропорциональная зависимость $y = k / x$; показательная функция $y = a^x$; логарифмическая функция $y = \log_a x$.

14. Градусная и радианная меры угла. Синус, косинус, тангенс и котангенс угла.

15. Вычисление значений тригонометрических функций. Тригонометрические функции $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$, их свойства и графики. Понятие арксинуса, арккосинуса, арктангенса и арккотангенса числа.


16. Зависимости между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента.

17. Синус и косинус суммы и разности двух аргументов. Формулы приведения. Тригонометрические функции двойного аргумента. Формулы понижения степени.

18. Решение тригонометрических уравнений $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$, $\operatorname{ctg} x = a$.

Тема 2. Начала математического анализа

1. Понятие о производной функции, ее геометрический и физический смысл.
2. Уравнение касательной к графику функции.
3. Производные суммы, разности, произведения, частного, сложной функции.
4. Производные основных элементарных функций.
5. Исследование функции с помощью производной на экстремум.
6. Нахождение наибольшего, наименьшего значения и экстремальных значений функции.
7. Понятие об определенном интеграле, его геометрический смысл.
8. Свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница.
9. Таблица основных интегралов.
10. Вычисление площадей плоских фигур с помощью определенного интеграла.

	ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С.О. Макарова»	Стр. 5 из 16
	Программа вступительного испытания «Элементарная математика» Направление подготовки бакалавриат, специалитет	


Тема 3. Геометрия

1. Окружность и круг. Центр, хорда, диаметр, радиус. Касательная к окружности. Дуга окружности. Сектор. Длина окружности и длина дуги окружности. Площадь круга и площадь сектора.
2. Треугольник, его медиана, биссектриса, высота. Виды треугольников. Свойства равнобедренного и равностороннего треугольников. Формулы вычисления площади треугольника.
3. Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника. Теорема Пифагора. Значения синуса, косинуса, тангенса и котангенса для углов 30° , 45° и 60° .
4. Окружность и треугольники: вписанная и описанная. Прямоугольный треугольник, вписанный в окружность.
5. Четырехугольники: параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция.
6. Окружность и четырехугольники: вписанная и описанная.
7. Формулы площади: прямоугольника, ромба, квадрата.
8. Многоугольник, его вершины, стороны, диагонали.
9. Многогранники: призма, пирамида и их элементы.
10. Фигуры вращения: цилиндр, конус, сфера, шар. Центр, диаметр, радиус сферы и шара.
11. Формула объема параллелепипеда, призмы, пирамиды, цилиндра, конуса, шара.
12. Вектор, его координаты и модуль. Радиус-вектор точки. Действия над векторами: сложение, вычитание, умножение на число, скалярное произведение в геометрической и координатной формах. Угол между векторами. Коллинеарные и компланарные векторы.

Тема 4. Основные понятия теории вероятностей

1. Случайное событие. Зависимые и независимые события, совместные и несовместные события.
2. Классическое определение вероятности случайного события.
3. Условная вероятность.
4. Вычисление вероятности событий по формулам сложения и умножения вероятностей

III. Содержание, структура и форма проведения вступительного испытания


	ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С.О. Макарова»	Стр. 6 из 16
	Программа вступительного испытания «Элементарная математика» Направление подготовки бакалавриат, специалитет	

Вступительное испытание по элементарной математике проводится в письменной форме. Тест вступительного испытания состоит из двух частей, содержащих 11 заданий. Первая часть содержит 9 заданий с кратким ответом в виде целого числа или конечной десятичной дроби, вторая часть — задания с развернутым ответом (полная запись решения с обоснованием выполненных действий). Демонстрационная версия вступительного испытания приведена в Приложении. Она содержит конкретные примеры заданий, не исчерпывающие всего многообразия возможных формулировок заданий на каждой позиции теста. Назначение демонстрационной версии заключается в том, чтобы дать возможность абитуриенту составить полное представление о структуре вступительного испытания, количестве заданий, об их форме и уровне сложности. Приведенные критерии оценки выполнения заданий с развернутым ответом, включенные в этот тест, дают представление о требованиях к полноте и правильности записи развернутого ответа.

Продолжительность вступительного испытания 1 академический час (45 минут).

IV. Распределение заданий вступительного испытания по темам

Часть работы	Тема	№ задания	Количество баллов
Часть 1	Геометрия	1	8
Часть 1	Геометрия	2	8
Часть 1	Геометрия	3	8
Часть 1	Основные понятия теории вероятностей	4	8
Часть 1	Арифметика и алгебра	5	8
Часть 1	Арифметика и алгебра	6	8
Часть 1	Арифметика и алгебра	7	8
Часть 1	Арифметика и алгебра	8	8

	ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С.О. Макарова»	Стр. 7 из 16
	Программа вступительного испытания «Элементарная математика» Направление подготовки бакалавриат, специалитет	

Часть 1	Арифметика и алгебра	9	8
Часть 2	Арифметика и алгебра.	10	14
Часть 2	Арифметика и алгебра	11	14

V. Рекомендуемая литература

Основная литература

1. Совертков, П. И. Справочник по элементарной математике: учебное пособие для спо / П. И. Совертков. — Санкт-Петербург: Лань, 2021. — 404 с. — ISBN 978-5-8114-7498-1. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/161632> (дата обращения: 17.03.2024). — Режим доступа: для авториз. пользователей


2. Булдык, Г. М. Математика: учебное пособие для спо / Г. М. Булдык. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 156 с. — ISBN 978-5-8114-8283-2. — Текст : электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/187562> (дата обращения: 14.04.2024). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

3. Кремер, Н. Ш. Математика для колледжей: учебное пособие для среднего профессионального образования / Н. Ш. Кремер, О. Г. Константинова, М. Н. Фридман; под редакцией Н. Ш. Кремера. — 11-е изд., перераб. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2023. — 362 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-15601-0. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/511283> (дата обращения: 06.04.2024).

4. Старостина, С. А. Элементарная математика: алгебра и начала анализа: учебное пособие / С. А. Старостина, Н.М. Гулевич, М.В. Сухотерин. — СПб.: Изд-во ГУМРФ им. адм. С. О. Макарова, 2023. — 100с.

Дополнительная литература

1. Лебедева, В. М. Справочник по элементарной математике / В. М. Лебедева. — 3-е изд., испр. и доп. — СПб.: Изд-во ГУМРФ им. адм. С. О. Макарова, 2015. — 32с. <https://edu.gumrf.ru/elektronnaya-biblioteka-metodicheskikh-materialov/elektronnaya->

	ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С.О. Макарова»	Стр. 8 из 16
	Программа вступительного испытания «Элементарная математика» Направление подготовки бакалавриат, специалитет	

[biblioteka/Л/Лебедева%20В.М.%20Справочник%20по%20элементарной%20математике.pdf](#)

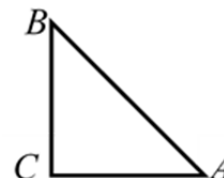
2. Гусев, В. А. Геометрия: учебное пособие для среднего профессионального образования / В. А. Гусев, И. Б. Кожухов, А. А. Прокофьев. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2023. — 280 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-08897-7. — URL: <https://urait.ru/bcode/517007>

**Тест вступительного испытания****Часть-1**

1. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $\sin A = \frac{7}{25}$.

Найдите $\cos B$.

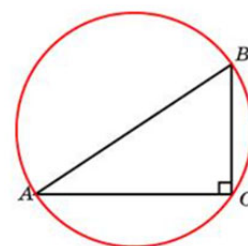
Ответ: 0,28



ИЛИ

Гипотенуза прямоугольного треугольника, вписанного в окружность, равна 7. Найдите радиус этой окружности.

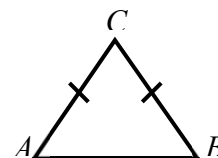
Ответ: 3,5



ИЛИ

В треугольнике ABC $AC=BC=7$, $\cos A = \frac{1}{2}$. Найдите AB .

Ответ: 7



2. Абсцисса радиус-вектора точки $A(7; -2; -3)$ равна ...

Ответ: 7

ИЛИ

Ордината радиус-вектора точки $A(-5; 7; -2)$ равна

Ответ: 7

ИЛИ

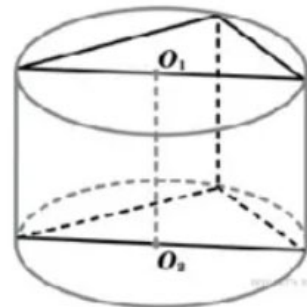
Апplikата радиус-вектора точки $A(-5; -2; 7)$ равна

Ответ: 7



3. В основании прямой призмы лежит прямоугольный треугольник, гипотенуза которого равна 5. Боковое ребро равно $\frac{4}{\pi}$. Найдите объём цилиндра, описанного вокруг этой призмы.

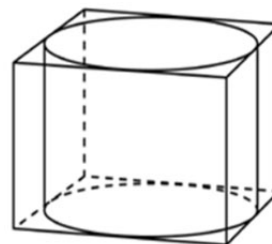
Ответ: 25



ИЛИ

Цилиндр вписан в прямоугольный параллелепипед. Высота цилиндра равна 1, а радиус основания равен 2,5. Найдите объём параллелепипеда.

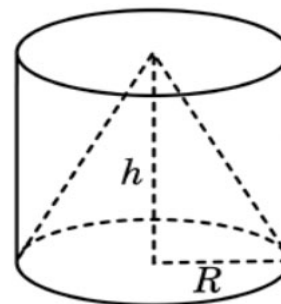
Ответ: 25



ИЛИ

Конус и цилиндр имеют общее основание и высоту (конус вписан в цилиндр). Вычислите объём конуса, если объём цилиндра равен 18.

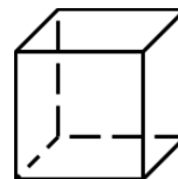
Ответ: 6



ИЛИ

Во сколько раз увеличится объём куба, если его рёбра увеличить в 1,5 раза?

Ответ: 3,375



4. На олимпиаде по математике участников рассаживают по трем аудиториям. В первых двух аудиториях по 140 человек, оставшихся проводят в запасную аудиторию в другом корпусе. При подсчёте выяснилось, что всего было 350 участников. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал экзамен в запасной аудитории.

Ответ: 0,2



5. Решите уравнение $7^{\sqrt{3x+1}} = \sqrt{7}$.

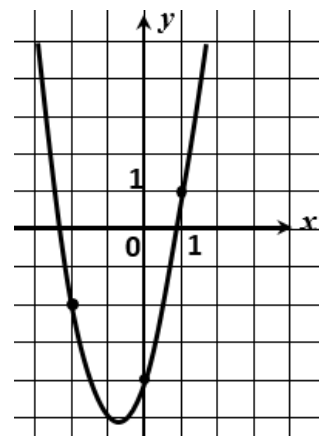
Ответ: −0,25

6. Упростите выражение $\frac{9a^2 + 6ab + b^2}{b^2 - 9a^2}$ и найдите его значение при $a = 0,2$; $b = 1$. В ответе запишите найденное значение.

Ответ: 4

7. На рисунке изображен график функций $f(x) = ax^2 + 3x - 4$, где a — целое число. Найдите $f(2)$.

Ответ: 10



8. Найдите значение выражения $8\sqrt{3} \cos^2 \frac{\pi}{12} - 8\sqrt{3} \sin^2 \frac{\pi}{12}$.

Ответ. 12

ИЛИ


Найдите значение выражения $7\sqrt{2} \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}$, если $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{7}$.

Ответ. 1

9. Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковой сигнал частотой 749 МГц. Приёмник регистрирует частоту сигнала, отраженного от дна океана. Скорость погружения батискафа (в м/с) и частоты связаны соотношением

$$v = c \cdot \frac{f - f_0}{f + f_0},$$

где $c=1500$ м/с — скорость звука в воде, f_0 — частота испускаемого

	ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С.О. Макарова»	Стр. 12 из 16
	Программа вступительного испытания «Элементарная математика»	
	Направление подготовки бакалавриат, специалитет	

сигнала (в МГц), f — частота отраженного сигнала (в МГц). Найдите частоту отраженного сигнала (в МГц), если батискаф погружается со скоростью 2 м/с.

Ответ. 751

-----**Часть-2**-----

10. а) Найдите координаты точек пересечения графиков функций $y = -x^2 + 2x + 3$ и прямой $y = x + 1$, используя алгебраический метод.

б) Изобразите прямую $y = x + 1$ и параболу $y = -x^2 + 2x + 3$, предварительно определив координаты ее вершины и точки пересечения с осями координат.

Ответ: а) (-1;0), (2;3)
б) (1;4), (-1;0) и (3;0), (0;3).

11. Решите неравенство: $\log_{81} \frac{26x-17}{x-1} \leq \sin^2 \frac{\pi}{3}$.

Ответ: (1;10].


Решения и критерии оценивания выполнения заданий с развернутым ответом

Количество баллов, выставленных за выполнение задания **части 2**, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развернутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным; все возможные случаи должны быть рассмотрены. Методы решения, формы его записи и формы ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Выставляется **0 баллов** за правильный ответ при отсутствии математически корректного обоснованного решения.

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания могут быть использованы без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных

	ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С.О. Макарова»	Стр. 13 из 16
	Программа вступительного испытания «Элементарная математика»	
	Направление подготовки бакалавриат, специалитет	

пособиях, входящих в Федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.

10. а) Найдите координаты точек пересечения графиков функций $y = -x^2 + 2x + 3$ и $y = x + 1$, используя алгебраический метод.

б) Изобразите прямую $y = x + 1$ и параболу $y = -x^2 + 2x + 3$, предварительно определив координаты ее вершины и точки пересечения с осями координат.

Решение.

а) Найдем координаты точек пересечения графиков функций $y = -x^2 + 2x + 3$ и $y = x + 1$, решив систему:

$$\begin{cases} y = -x^2 + 2x + 3, \\ y = x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x^2 + 2x + 3 = x + 1, \\ y = x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x - 2 = 0, \\ y = x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x = -1, \\ x = 2 \\ y = x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = -1, \\ y = 0; \end{cases} \\ \begin{cases} x = 2, \\ y = 3. \end{cases} \end{cases}$$

Точки пересечения графиков функций: $(-1; 0)$, $(2; 3)$.

б) Прямую $y = x + 1$ построим по двум точкам — точкам пересечения.

График функции $y = -x^2 + 2x + 3$ — парабола, ветви которой направлены вниз.

Вершина параболы — точка с координатами $(x_B; y_B)$, где $x_B = \frac{-b}{2a} = \frac{-2}{2 \cdot (-1)} = 1$;

$$y_B = y(x_B) = y(1) = -1 + 2 + 3 = 4.$$

Таким образом, точка $(1; 4)$ — вершина параболы.

**Точки пересечения параболы с осями координат**с осью OX : $y(x) = 0$.

$$-x^2 + 2x + 3 = 0; \quad x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$x_1 = -1, \text{ так как } (-1)^2 - 2 \cdot (-1) - 3 \equiv 0.$$

По теореме Виета $x_1 \cdot x_2 = -3 \Rightarrow x_2 = 3$

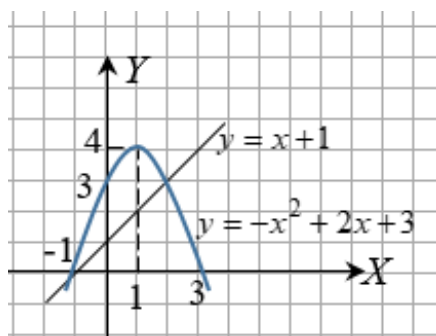
$$(-1; 0) \text{ и } (3; 0)$$

с осью OY : $x = 0$.

$$y(0) = -0^2 + 2 \cdot 0 + 3 = 3$$

$$(0; 3)$$

Прямую и параболу изобразим на рисунке.

**Рис.** Прямая $y = x + 1$ и парабола $y = -x^2 + 2x + 3$

Ответ: а) $(-1; 0), (2; 3)$
б) $(1; 4), (-1; 0)$ и $(3; 0), (0; 3)$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно найден верный ответ в пункте а) и выполнено верное обоснованное построение в пункте б) .	14
Обоснованно получен верный ответ в пункте а) и выполнено правильное построение в пункте б) ИЛИ получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов построения.	10
В пункте а) найдены только абсциссы точек пересечения; в пункте б) правильно выполнены построения.	6
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	14



10. Решите неравенство: $\log_{81} \frac{26x-17}{x-1} \geq \sin^2 \frac{\pi}{3}$.

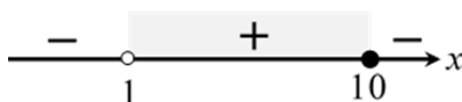
Решение.

$$\log_{81} \frac{26x-17}{x-1} \geq \sin^2 \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow \log_{81} \frac{26x-17}{x-1} \geq \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \Leftrightarrow \log_{81} \frac{26x-17}{x-1} \geq \frac{3}{4} \Leftrightarrow$$

$$\log_{81} \frac{26x-17}{x-1} \geq \log_{81} 81^{\frac{3}{4}} \Leftrightarrow \log_{81} x \begin{cases} \frac{26x-17}{x-1} > 0, \\ \frac{26x-17}{x-1} \geq (3^4)^{\frac{3}{4}} \end{cases} \Rightarrow \frac{26x-17}{x-1} \geq 27$$

$$\frac{26x-17-27x+27}{x-1} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{10-x}{x-1} \geq 0.$$

Решим неравенство методом интервалов:



Ответ: (1;10]

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	14
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точки 10 и/или включением точки 1 ИЛИ получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	10
Правильно выполнены последовательность всех шагов решения, учтены все возможные случаи, но решение не доведено до ответа	6
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	14



ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С.О. Макарова»

Программа вступительного испытания
«Элементарная математика»

Направление подготовки бакалавриат, специалитет

Стр. 16 из
16