



Федеральное агентство морского и речного транспорта
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
**«Государственный университет морского и речного флота
имени адмирала С.О. Макарова»**

УТВЕРЖДАЮ

Директор департамента высшего
образования

 М.Н. Савельева

«01» ноя 2024

**ПРОГРАММА
ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ
«Математика»**

для поступающих на обучение по образовательным программам
высшего образования — программам бакалавриата и программам специалитета

Санкт-Петербург
2024



Программа вступительного испытания «Математика» разработана с учётом федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования и федерального государственного стандарта основного общего образования и утверждена на заседании кафедры высшей математики (протокол № 6 от 13.05.2024).

I. Методические указания к программе вступительного экзамена

Цель программы вступительного испытания по математике заключается в регламентации порядка проведения вступительного испытания.

Целью вступительного испытания является проверка готовности поступающего освоить основную образовательную программу.

Поступающий на программу бакалавриата/специалитета должен:

знать/понимать:

- теоретические основы арифметики;
- теоретические основы элементарной алгебры;
- теоретические основы элементарной геометрии;
- основные понятия и факты начала математического анализа;
- основные понятия и факты теории вероятностей;

уметь:

- производить арифметические действия над числами, заданными в виде десятичных и обыкновенных дробей; с требуемой точностью округлять данные числа и результаты вычислений;
- проводить тождественные преобразования алгебраических выражений и выражений, содержащих степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции;
- строить графики линейной, квадратичной, степенной, показательной, логарифмической и тригонометрических функций; находить точки пересечения графиков функций аналитически и графически;
- исследовать поведение функции с помощью производной;
- решать уравнения и неравенства первой и второй степени, а также уравнения и неравенства, приводящиеся к ним;
- решать системы уравнений и неравенств первой и второй степени;
- решать уравнения, содержащие степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции;
- решать неравенства, содержащие степенные, показательные и логарифмические функции;



- изображать геометрические фигуры и производить простейшие построения на плоскости;
 - определять координаты вектора и его модуль;
 - находить вектор суммы и вектор разности, произведение вектора на число;
 - вычислять скалярное произведение векторов, угол между векторами;
 - вычислять площади и объемы геометрических объектов;
 - решать простейшие задачи по теории вероятностей;
- владеть:**
- методами решения дробно-рациональных, иррациональных, тригонометрических уравнений;
 - технологией решения дробно-рациональных и иррациональных неравенств;
 - приемами вычисления без калькулятора;
 - техникой дифференцирования.

II. Содержание программы вступительного испытания

Тема 1. Арифметика и алгебра

1. Простые и составные числа. Признаки делимости. Наибольший общий делитель. Наименьшее общее кратное.
2. Обыкновенные и десятичные дроби. Действия с дробями. Пропорции. Свойства пропорций. Проценты. Правило округления чисел.
3. Множество действительных чисел. Изображение чисел на числовой оси. Модуль действительного числа. Свойства модуля.
4. Степень с натуральным показателем. Арифметический корень и его свойства. Корни n -ой степени. Степень с рациональным показателем. Свойства степени. Действия со степенями.
5. Определение логарифма. Логарифм произведения, степени, частного. Формулы перехода к новому основанию. Основное логарифмическое тождество.
6. Тождественные преобразования алгебраических выражений. Область допустимых значений выражения.
7. Формулы сокращенного умножения.
8. Формула корней квадратного уравнения. Прямая и обратная теоремы Виета.
9. Разложение квадратного трехчлена на линейные множители.
10. Уравнение. Область допустимых значений уравнения. Корни уравнения.



11. Неравенства с переменной. Область допустимых значений неравенства. Методы решения неравенства.
12. Понятие функции. Область определения, множество значений функции. Возрастание и убывание функции. Четность. Нечетность. Периодичность. График функции.
13. Элементарные функции: определение, свойства, графики основных элементарных функций. Степенная функция $y = x^n$: линейная $y = ax + b$, квадратичная $y = ax^2 + bx + c$, обратная пропорциональная зависимость $y = k/x$; показательная функция $y = a^x$; логарифмическая функция $y = \log_a x$.
14. Градусная и радианная меры угла. Синус, косинус, тангенс и котангенс угла.
15. Вычисление значений тригонометрических функций. Тригонометрические функции $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$, их свойства и графики. Понятие арксинуса, арккосинуса, арктангенса и арккотангенса числа.
16. Зависимости между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента.
17. Синус и косинус суммы и разности двух аргументов. Формулы приведения. Тригонометрические функции двойного аргумента. Формулы понижения степени.
18. Решение тригонометрических уравнений $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$, $\operatorname{ctg} x = a$.

Тема 2. Начала математического анализа

1. Понятие о производной функции, ее геометрический и физический смысл.
2. Уравнение касательной к графику функции.
3. Производные суммы, разности, произведения, частного, сложной функции.
4. Производные основных элементарных функций.
5. Исследование функции с помощью производной на экстремум.
6. Нахождение наибольшего, наименьшего значения и экстремальных значений функции.

Тема 3. Геометрия

1. Окружность и круг. Центр, хорда, диаметр, радиус. Касательная к окружности. Дуга окружности. Сектор. Длина окружности и длина дуги окружности. Площадь круга и площадь сектора.



2. Треугольник, его медиана, биссектриса, высота. Виды треугольников. Свойства равнобедренного и равностороннего треугольников. Формулы вычисления площади треугольника.
3. Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника. Теорема Пифагора. Значения синуса, косинуса, тангенса и котангенса для углов 30° , 45° и 60° .
4. Окружность и треугольники: вписанная и описанная. Прямоугольный треугольник, вписанный в окружность.
5. Четырехугольники: параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция.
6. Окружность и четырехугольники: вписанная и описанная.
7. Формулы площади: прямоугольника, ромба, квадрата.
8. Многоугольник, его вершины, стороны, диагонали.
9. Многогранники: призма, пирамида и их элементы.
10. Фигуры вращения: цилиндр, конус, сфера, шар. Центр, диаметр, радиус сферы и шара.
11. Формула объема параллелепипеда, призмы, пирамиды, цилиндра, конуса, шара.
12. Вектор, его координаты и модуль. Радиус-вектор точки. Действия над векторами: сложение, вычитание, умножение на число, скалярное произведение в геометрической и координатной формах. Угол между векторами. Коллинеарные и компланарные векторы.

Тема 4. Основные понятия теории вероятностей

1. Случайное событие. Зависимые и независимые события, совместные и несовместные события.
2. Классическое определение вероятности случайного события.
3. Условная вероятность.
4. Вычисление вероятности событий по формулам сложения и умножения вероятностей

III. Содержание, структура и форма проведения вступительного испытания

Вступительное испытание по математике проводится в письменной форме. Тест вступительного испытания состоит из двух частей, содержащих 11 заданий. Первая часть содержит 9 заданий с кратким ответом в виде целого числа или конечной десятичной дроби, вторая часть — задания с развёрнутым ответом (полная запись решения с обоснованием выполненных действий).



ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С.О. Макарова»

Программа вступительного испытания

«Математика»

Направление подготовки бакалавриат, специалитет

Стр. 6 из 15

Демонстрационная версия вступительного испытания приведена в Приложении. Она содержит конкретные примеры заданий, не исчерпывающие всего многообразия возможных формулировок заданий на каждой позиции теста. Назначение демонстрационной версии заключается в том, чтобы дать возможность поступающему составить полное представление о структуре вступительного испытания, количестве заданий, об их форме и уровне сложности. Приведенные критерии оценки выполнения заданий с развернутым ответом, включенные в этот тест, дают представление о требованиях к полноте и правильности записи развернутого ответа.

	ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С.О. Макарова»	Стр. 7 из 15
	Программа вступительного испытания «Математика» Направление подготовки бакалавриат, специалитет	

IV. Распределение заданий вступительного испытания по темам

Часть работы	Тема	№ задания	Количество баллов
Часть 1	Геометрия	1	8
Часть 1	Геометрия	2	8
Часть 1	Геометрия	3	8
Часть 1	Основные понятия теории вероятностей	4	8
Часть 1	Арифметика и алгебра	5	8
Часть 1	Арифметика и алгебра	6	8
Часть 1	Арифметика и алгебра	7	8
Часть 1	Арифметика и алгебра	8	8
Часть 1	Арифметика и алгебра	9	8
Часть 2	Арифметика и алгебра.	10	14
Часть 2	Арифметика и алгебра	11	14

V. Рекомендуемая литература

Основная литература

1. Гольшева, С. П. Математика. Подготовка к ЕГЭ : учебное пособие / С. П. Гольшева. — 2-е изд., перераб. — Иркутск: Иркутский ГАУ, 2018. — 104 с. — Текст : электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/133402> (дата обращения: 14.04.2024). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

2. Совертков, П. И. Справочник по элементарной математике : учебное пособие для спо / П. И. Совертков. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 404 с.

	ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С.О. Макарова»	Стр. 8 из 15
	Программа вступительного испытания «Математика» Направление подготовки бакалавриат, специалитет	

— ISBN 978-5-8114-7498-1. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/161632> (дата обращения: 14.04.2024). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

3. Старостина, С. А. Элементарная математика: алгебра и начала анализа: учебное пособие / С. А. Старостина, Н.М. Гулевич, М.В. Сухотерин. — СПб.: Изд-во ГУМРФ им. адм. С. О. Макарова, 2023. — 100с.

Дополнительная литература

1. Лебедева, В. М. Справочник по элементарной математике / В. М. Лебедева. — 3-е изд., испр. и доп. — СПб.: Изд-во ГУМРФ им. адм. С. О. Макарова, 2015. — 32с. <https://edu.gumrf.ru/elektronnaya-biblioteka-metodicheskikh-materialov/elektronnaya-biblioteka/Л/Лебедева%20В.М.%20Справочник%20по%20элементарной%20математике.pdf>

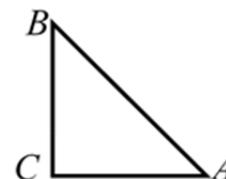
2. Напалков, С. В. Решение задач школьной математики: учебно-методическое пособие / С. В. Напалков. — Нижний Новгород : ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2021. — 78 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/283148> (дата обращения: 14.04.2024). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

**Тест вступительного испытания****Часть-1**

1. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $\sin A = \frac{7}{25}$.

Найдите $\cos B$.

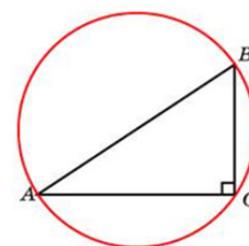
Ответ: 0,28



ИЛИ

Гипотенуза прямоугольного треугольника, вписанного в окружность, равна 7. Найдите радиус этой окружности.

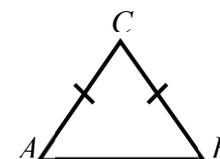
Ответ: 3,5



ИЛИ

В треугольнике ABC $AC=BC=7$, $\cos A = \frac{1}{2}$. Найдите AB .

Ответ: 7



2. Абсцисса радиус-вектора точки $A(7; -2; -3)$ равна ...

Ответ: 7

ИЛИ

Ордината радиус-вектора точки $A(-5; 7; -2)$ равна ...

Ответ: 7

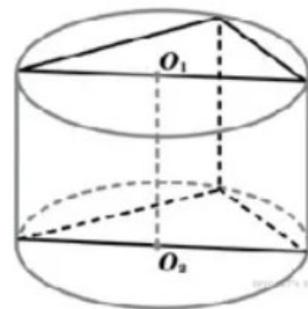
ИЛИ

Апplikата радиус-вектора точки $A(-5; -2; 7)$ равна ...

Ответ: 7



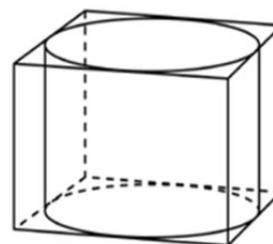
3. В основании прямой призмы лежит прямоугольный треугольник, гипотенуза которого равна 5. Боковое ребро равно $\frac{4}{\pi}$. Найдите объём цилиндра, описанного вокруг этой призмы.



Ответ: 25

ИЛИ

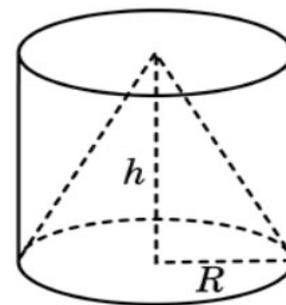
- Цилиндр вписан в прямоугольный параллелепипед. Высота цилиндра равна 1, а радиус основания равен 2,5. Найдите объём параллелепипеда.



Ответ: 25

ИЛИ

- Конус и цилиндр имеют общее основание и высоту (конус вписан в цилиндр). Вычислите объём конуса, если объём цилиндра равен 18.



Ответ: 6

4. На олимпиаде по математике участников рассаживают по трем аудиториям. В первых двух аудиториях по 140 человек, оставшихся проводят в запасную аудиторию в другом корпусе. При подсчёте выяснилось, что всего было 350 участников. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал экзамен в запасной аудитории.

Ответ: 0,2

5. Решите уравнение $7^{\sqrt{3x+1}} = \sqrt{7}$.

Ответ: -0,25

6. Упростите выражение $\frac{9a^2 + 6ab + b^2}{b^2 - 9a^2}$ и найдите его значение при



$a = 0,2; b = 1$. В ответе запишите найденное значение.

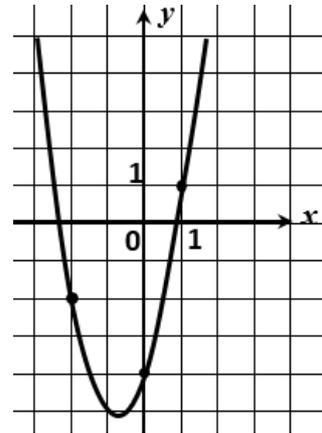
Ответ: 4

7.

На рисунке изображен график функций $f(x) = ax^2 + 3x - 4$, где a — целое число.

Найдите $f(2)$.

Ответ: 10



8.

Найдите значение выражения $8\sqrt{3} \cos^2 \frac{\pi}{12} - 8\sqrt{3} \sin^2 \frac{\pi}{12}$.

Ответ. 12

ИЛИ

Найдите значение выражения $7\sqrt{2} \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}$, если $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{7}$.

Ответ. 1

9. Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковой сигнал частотой 749 МГц. Приёмник регистрирует частоту сигнала, отраженного от дна океана. Скорость погружения батискафа (в м/с) и частоты связаны соотношением

$$v = c \cdot \frac{f - f_0}{f + f_0},$$

где $c=1500$ м/с — скорость звука в воде, f_0 — частота испускаемого сигнала (в МГц), f — частота отраженного сигнала (в МГц). Найдите частоту отраженного сигнала (в МГц), если батискаф погружается со скоростью 2 м/с.

Ответ. 751

-----**Часть-2**-----

10. а) Решите уравнение: $\cos 2x + 3\cos x - 1 = 0$.

б) Укажите корни, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$.

Ответ: а) $\pm\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$; б) $-\frac{11\pi}{3}$

11. Решите неравенство: $\log_{81} \frac{26x-17}{x-1} \leq \sin^2 \frac{\pi}{3}$.

Ответ: $(1; 10]$.

Решения и критерии оценивания выполнения заданий с развернутым ответом

Количество баллов, выставленных за выполнение задания **части 2**, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развернутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным; все возможные случаи должны быть рассмотрены. Методы решения, формы его записи и формы ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Выставляется **0 баллов** за правильный ответ при отсутствии математически корректного обоснованного решения.

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания могут быть использованы без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в Федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.



10. а) Решите уравнение: $\cos 2x + 3\cos x - 1 = 0$.

б) Укажите корни, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$.

Решение.

а) $\cos 2x + 3\cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow 2\cos^2 x - 1 + 3\cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow 2\cos^2 x + 3\cos x - 2 = 0$.

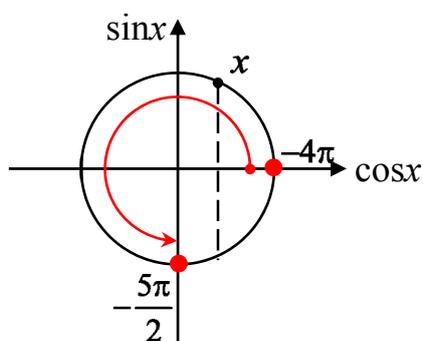
Пусть $\cos x = t$, $|t| \leq 1$, тогда уравнение примет вид: $2t^2 + 3t - 2 = 0$.

$$t = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 16}}{4} = \begin{cases} \frac{-3 - 5}{4} = -2 < -1, \\ \frac{-3 + 5}{4} = \frac{1}{2}. \end{cases}$$

Обратная замена: $t = \cos x$.

$$\cos x = \frac{1}{2}; \quad x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}.$$

б) С помощью тригонометрического круга отберем корни, принадлежащие отрезку: $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$



$$x = -4\pi + \frac{\pi}{3} = -\frac{11\pi}{3}.$$

Ответ: а) $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z};$

б) $-\frac{11\pi}{3}.$



Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	14
Обоснованно получен верный ответ в пункте а или в пункте б . ИЛИ получены неверные ответы из-за арифметической ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения.	10
В пункте а правильно выполнены промежуточные действия, учтены все возможные случаи, но решение не доведено до ответа.	6
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	14

10. Решите неравенство: $\log_{81} \frac{26x-17}{x-1} \geq \sin^2 \frac{\pi}{3}$.

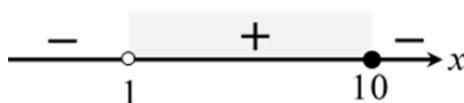
Решение.

$$\log_{81} \frac{26x-17}{x-1} \geq \sin^2 \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow \log_{81} \frac{26x-17}{x-1} \geq \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \Leftrightarrow \log_{81} \frac{26x-17}{x-1} \geq \frac{3}{4} \Leftrightarrow$$

$$\log_{81} \frac{26x-17}{x-1} \geq \log_{81} 81^{\frac{3}{4}} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{26x-17}{x-1} > 0, \\ \frac{26x-17}{x-1} \geq (3^4)^{\frac{3}{4}} \end{cases} \Rightarrow \frac{26x-17}{x-1} \geq 27$$

$$\frac{26x-17-27x+27}{x-1} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{10-x}{x-1} \geq 0.$$

Решим неравенство методом интервалов:



Ответ: $(1;10]$



ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С.О. Макарова»

Программа вступительного испытания

«Математика»

Направление подготовки бакалавриат, специалитет

Стр. 15 из
15

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	14
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точки 10 и/или включением точки 1 ИЛИ получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	10
Правильно выполнены последовательность всех шагов решения, учтены все возможные случаи, но решение не доведено до ответа	6
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	14